Ms 5097/2. Eötvös Loránd elektromágnességi egyetemi jegyzetei

1te Vorlesung. –

Das Prinzip der Erhaltung der Kraft populär ausgesprochen. –

Die Naturwissenschaft geht mit der Voraussetzung zu Werke dass die Natur vollständig begreifbar sei. – Demgemäss trachtet sie auch die Natur zu begreifen, d.i. die letzten Ursachen aufzusuchen durch welche sich die in ihr vorgehenden Veränderungen erklären lassen. – Diese letzten Ursachen selbst müssen ~~selbst~~ unter denselben äusseren Verhältnissen zu jeder Zeit gleich wirken. – Dies liegt in ihrem Character, dass sie nämlich die letzten Ursachen sein sollen; denn Ursachen, ~~[illegible]~~ deren Wirkungsweise ~~[illegible]~~ eine veränderliche wäre, könnten offenbar nicht als Endursachen betrachtet werden. –

Die Chemie hat nun nachgewiesen dass das ganze Weltall aus einfachen Materien mit unvertilgbaren Eigenschaften ~~[illegible]~~, (den chemischen Elementen) zusammengesetzt ist; so dass jede

Veränderung ~~in~~ der Natur nur eine Veränderung der räumlichen Vertheilung dieser unveränderlichen Materien ~~bestehen~~ sein kann. – Jede Veränderung in der Natur ist also Bewegung, die Endursachen aller der Naturerscheinungen sind also Bewegungskräfte. – In diesem Sinne ist das Endziel der Naturwissenschaft eine Mechanik der Natur zu werden. – Ihre Aufgabe ist die Zurückführung aller Erscheinungen, auf Wirkungen unveränderlichen Kräfte auf unveränderliche Materien.

Aus diesem Grunde macht ~~auch~~ die Naturwiss. die Annahme, dass auch die Imponderabilien, welche sich der chemischen Untersuchung entziehen unveränderlich seien in ihrer Quantität und Qualität. –

Von ihrem oben genannten Ziele ist die Naturwiss. noch sehr entfernt; ihr fehlt die genauere Kentniss der ~~Wirkun~~ Art wie die meisten Kräfte wirken. – Dass die verschiedenen Kräfte nichtsdestoweniger durch ein gemeinsames Maass gemessen werden können berichtet auf ihrem allgemeinen Charakter die Ursachen von Bewegungen zu sein. – Da Kräfte factisch von den ~~Materie~~ Körpern untrennbar sind, so sagt man, dieser oder jener Körper kann eine so oder so grosse Bewegung hervorbringen, d. i. ~~kann~~ er besitzt eine so oder so grosse Leistungsfähigkeit. –

Ohne die Art der Kräfte näher zu kennen, erkannte man bereits einige Gesetze welchen sie alle unterliegen. – Solche Gesetze sind: das Gesetz von der Erhaltung des Schwerpunktes, das Princip der ~~Act~~ Wirkung und Gegenwirkung, ferner das Gesetz, dass ein Körper ohne Einwirkung äusserer Kräfte, allein durch Wirkungen seiner eigenen Theile aufeinander nicht in Rotation versetzt werden kann. –

Zu diesen Gesetzen reiht sich auch das Princip der Erhaltung der Kraft. –

Dies Princip kann man nun so aussprechen: Die Leistungsfähigkeit eines endlichen System's von Körpern ist eine endliche; so dass durch jede Leistung derselben seine fernere Leistungsfähigkeit verringert wird, und nur

durch Einwirkung äusserer Kräfte wieder hergestellt werden kann. –
Zur Erläuterung dieses Gesetzes ~~könnte~~ ~~viel~~ mehrere Fälle anführen, in welchen ihre Gültigkeit zu Tage tritt. – So bei der Uhr, welche durch ein fallendes Gewicht getrieben wird; dann bei der Uhr, welche durch eine Spirale bewegt wird; wo in beiden Fällen die Endlichkeit der Leistungsfähigkeit, und zugleicher Zeit auch das zu sehen ist, dass dieselbe durch äussere Kräfte wieder hergestellt werden kann. – Zu erwähnen wäre noch der grossartige Process ~~bei~~ des Kreislaufs des Wassers auf unserer Erde; dann die Dampfmaschine. Das Wasser leistet nur so lange Arbeit bis es von oben zum niedrigsten Niveau fällt, seine Leistungsfähigkeit ist da ganz erschöpft, wird aber durch die Sonnenwärme erneuert, indem dieselbe es wieder emporhebt. – Bei der Dampfmaschine sind es chem. Processe welche die erschöpfte Leistungsfähigkeit derselben wiederherstellen. –
Mit dem Principe der Erhaltung der Kraft

ist demnach die Möglichkeit eines Perpetuum Mobile-s ausgeschlossen. –

2te Vorlesung.

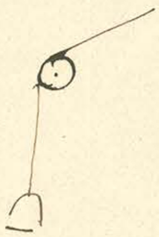
Von dem technischen Maasse und dem absoluten Maasse der Arbeit. –

Bei allen Maschinen, welche durch ein sinkendes Gewicht getrieben werden, oder umgekehrt das Heben eines solchen bewirken, ist die geleistete Arbeit proportional mit ~~dem~~ Masse des sinkenden resp. gehobenen Gewichtes, und proportional mit der Höhe um welche dasselbe gesunken ist, resp. gehoben wurde. – Hierauf gestützt ist das technische Maass der Arbeit folgendermassen definirt

$$\text{Arbeit} = A = m.h$$

Als Einheit dieses Maasses dient das Kilogrammmeter. –

Wir erwähnten schon dass alle Kräfte der Natur eine Bewegung hervorrufen, und können uns leicht überzeugen, dass jede irgend-



wie gerichtete Kraft gemessen werden kann durch ein ~~sinkendes~~ Gewicht — und werden deshalb diese Definition der Arbeit zur Messung der Wirkung verschiedenartigster Kräfte anwenden können.—

Es sei hier bemerkt ~~dass~~ was unter ~~im~~ Arbeitsleistung einer Maschine ~~etwas anderes, als~~ im technischen Sprachgebrauche verstanden wird.— Arbeitsleistung einer Maschine ist die Arbeit welche ~~einer Maschine~~ dieselbe während der Zeiteinheit leistet; sie wird gemessen in Pferdekräften;

Eine Pferdekraft = ~~70~~ 75 Kilogrammmeter per Secunde.

Aus der gegebenen Definition der Arbeit folgt dass dieselbe unabhängig ist von dem Wege auf welchem das Gewicht gehoben wird.— Betrachtet man nämlich die Arbeit welche beim Heben eines Gewichtes m auf der schiefen Ebene geleistet wird, so sieht man ein dass dieselbe:

$$A = s . m \cos w$$

ist. Da aber $h = s . \cos w$

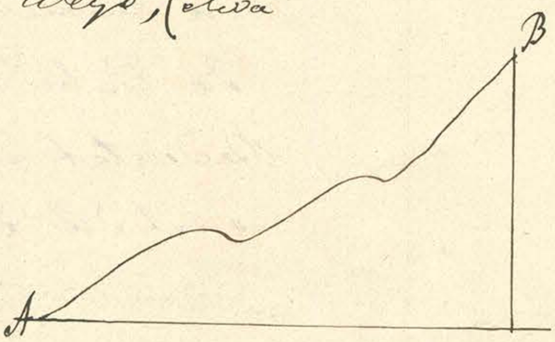
also $s = \frac{h}{\cos w}$

so folgt:

$$A = h.m$$

d.i. es ist die zur Hebung des Gewichtes erforderliche Arbeit dieselbe, wenn dasselbe auf der schiefen Ebene oder direct in verticaler Richtung gehoben wird. –

Denken wir uns nun das Gewicht gehoben auf dem ~~krummen~~ complicirtesten Wege, (etwa auf der Curve AB), so werden wir doch denselben in unendlich kleine Theile zerlegen können, welche als schiefe Ebenen zu betrachten sind,



und werden ~~gelangen~~ durch Summation der ~~auf~~ durch Fortbewegung auf diesen kleinen schiefen Ebenen geleisteten Arbeiten, zur Überzeugung gelangen, dass die Arbeit unabhängig ist von dem Wege. –

Statt dem technischen Maass wollen wir jetzt das wissenschaftliche Maass der Arbeit einführen. – Dieselbe beruht auf die wissenschaftliche Definition der Kraft. – Nach dieser ist nämlich die Kraft defimit durch die Beschleunigung d.i. die Vermehrung der Geschwindigkeit, welche die Einheit der Masse in der Einheit der Zeit erleidet.. Dieser Definition müssen die drei Grundmaasse der Mechanik zu Grunde gelegt werden, nämlich

die Einheit der Zeit = 1 Secunde

die Einheit der Länge = 1 Meter

die Einheit der Masse = die Masse deren Gewicht 1 Gramm beträgt.

Bedeutet nun s die Weglänge, t die Zeit so ist die Definition der Geschwindigkeit

$$v = \frac{s}{t}$$

oder auch

$$v = \frac{ds}{dt}$$

welch letzte Form der Definition den grossen Vorzug vor der ersten hat, dass sie ~~auch~~ anwendbar ist auch für Geschwindigkeiten, welche sich stetig ändern. –

Bei dem freien Falle wächst die Geschwindigkeit mit der Zeit also ist

$$v = t . g$$

wo g eine Constante.

In einem anderen Zeitmoment t_0 ist also die Geschwindigkeit von v verschieden – etwa v_0. –

$$v_0 = t_0 g$$

Also:

$$v - v_0 = (t - t_0) g$$

Betrachtet man zwei sehr nah aufeinander folgende Zeitmomente, so wird man die Zeitdifferenz $(t - t_0)$ mit dt bezeichnen können, und wird dann entsprechend statt $(v - v_0)$, dv zu schreiben haben; also:

$$dv = dt \cdot g$$

Wenn ~~ferner~~ nun m die Masse eines fallenden Körpers bedeutet, so ist

$$m\,dv = mg \cdot dt$$

Das Produkt mg. dient aber in der Wissenschaft als Maass der Kraft

$$Kr = mg$$

also

$$K = m \frac{dv}{dt}$$

Somit haben wir die Kraft in den Grundeinheiten der Mechanik ausgedrückt. – Es ist also: die Einheit der Kraft diejenige Kraft, welche der Einheit der Masse in der Einheit der Zeit die Einheit der Geschwindigkeit ertheilt. – In diesem Maasse gemessen ist die Schwerkraft, d. i. die Attraction der Erde auf die Masseneinheit

$$g = 9{,}809 \text{ Meter.}$$

Die Definition der Arbeit in absolutem Maasse ist nun:

$$\text{Arbeit} = m.g.h$$

Das absolute Maass der Arbeit begründet sich also auf die Grundeinheiten der Mechanik. –

~~sie ist in absoluten~~

Das was bei dem technischen Maasse Gewicht des gehobenen Körpers genannt und mit m bezeichnet wurde, ist in diesem absoluten Maasse durch mg ausgedrückt. –

Wir betrachteten eine Kraft, welche im Verlaufe der Zeit unverändert wirkte, wir werden aber die Arbeit, welche eine in der Zeit veränderliche Kraft leistet auch durch dasselbe Maass messen können. – Als Beispiel einer solchen Kraft kann die Schwerkraft selbst dienen, wenn die allerdings kleine Veränderungen, welche sie bei der Hebung eines Körpers ~~bei~~ in Bezug auf diesen Körper erleidet, ~~mit~~ in Betracht gezogen werden sollen. — Ein anderes Beispiel ist de Widerstand den ~~einer~~ ~~zu~~ ~~zusammendrückten~~ Spiralfeder während dem Zusammendrücken ausübt. — Es soll diese Kraft eine Verrückung in der Richtung der Bahn s bewirken — man wird sie während eines sehr kurzen Zeitintervals, während welcher der bewegte Körper das Wegelement ds zurücklegt, als constant ansehen können. — Wenn man daher die Kraft sei sie im technischen Maasse als Gewicht, oder im absoluten Maasse als Product von Masse und Beschleunigung dargestellt mit K bezeichnet; so ist die durch diese geleistete ~~dem~~ Bahnelement ds entsprechende Arbeit, welche wir das Element der Arbeit nennen und mit dA bezeichnen wollen:

$$dA = Kds$$

Ist der bewegte Punkt oder Körper in seiner Anfangslage in der Bahn um s_0, in seiner Endlage um s_1 gelegen, so ist die Arbeit welche von der Kraft

K geleistet werden, während es den Körper aus der Anfangslage in die Endlage brachte:

$$A = \int_{s_0}^{s_1} K\,ds.$$

Wie uns dieser Ausdruck belehrt wird demnach diese Arbeit von dem Wege abhängig oder unabhängig sein können, je nachdem das Integral unbestimmt ausführbar ist oder nicht. – Im Falle der gleichmässig wirkenden Kraft findet das zweite statt.

3te Vorlesung.

Mathematischer Ausdruck des Satzes v. d. Erh. d. Kr. – Nachweis desselben in dem Falle eines bewegten Massenpunktes.

Ich bemerkte schon dass die ~~Kr~~ Arbeit, welche geleistet werden muss um einen Körper aus dem Punkte A in den Punkt B zu verlegen, von dem Wege je nach der Art der Kräfte abhängig oder unabhängig sein kann. –

Hier will ich zeigen dass diese Arbeit von dem Wege unabhängig ist, wenn die wirksamen Kräfte derart sind, dass ihre Componenten nach drei Coordinatenrichtungen sich als negativen Diff. Quotienten einer Funktion der Coordinaten, nach diesen Coordinaten darstellen lassen. –

Die Bedingungen also unter welchen, meiner Behauptung gemäss, die Arbeit von dem Wege unabhängig ist, sind durch folgende Gleichungen ausgedrückt:

$$X = -\frac{d\varphi}{dx} \qquad Y = -\frac{d\varphi}{dy} \qquad Z = -\frac{d\varphi}{dz}$$

wo φ eine Function der Coordinaten x, y, z bedeutet. –

Hieraus folgt nun dass auch die Componente der Kraft nach irgend einer Richtung s als diff. Quot. derselben Function dargestellt werden kann; dass nämlich:

$$S = \frac{d\varphi}{ds}$$

Denn, bezeichnen wir mit R die Resultante der Kräfte deren Componenten X, Y, Z sind, und führen zur Bezeichnung der Winkel folgende Zeichen ein:

$$\measuredangle (S, R) = \omega$$

$$(S, X) = a \qquad (S, Y) = b \qquad (S, Z) = c$$

so folgt:

$$R \cos\omega = \cancel{R} S = X \cos a + Y \cos b + Z \cos c$$

Da ferner:

$$\cos a = \frac{dx}{ds}, \quad \cos b = \frac{dy}{ds}, \quad \cos c = \frac{dz}{ds}$$

So ist:

$$S = -\left(\frac{d\varphi}{dx}\cdot\frac{dx}{ds} + \frac{d\varphi}{dy}\cdot\frac{dy}{ds} + \frac{d\varphi}{dz}\cdot\frac{dz}{ds}\right)$$

Es können x, y, z als von s abhängige Variablen betrachtet werden, so dass

$$S = -\frac{d\varphi}{ds}$$

Wodurch die Bedingung für die Unabhängigkeit der Arbeit von dem Wege einfacher ausgesprochen ist. — Es ist:

$$S\,ds = -d\varphi$$

das Element der Arbeit, und wenn die Anfangslage des Massenpunktes mit s_0, die Endlage mit s bezeichnet wird, so folgt die dabei geleistete Arbeit:

$$\int_{s_0}^{s} S\,ds = \varphi_{s_0} - \varphi_s$$

d. i. es ist dieselbe vom Wege unabhängig. Man nennt diese Function φ nach Jacobi die Kräftefunction. — Definition: Kräftefunction im allgemeinen nennt man eine Function der Coordinaten eines Massenpunktes, deren Diff. Quot. nach den Coordinaten = die Componenten der auf diesen Punkt wirkenden Kräfte sind. — Die Schwerkraft ist eine Kraft, welche eine Kraft-function hat, und zwar ist diese:

$$\varphi = m.g.z$$

Demnach ist die Arbeit welche sie bei der Bewegung eines Körpers leistet unabhängig von dem Wege; wie wir es ja schon früher sahen. — Dasselbe kann man von allen Kräften behaupten, welche in der Verbindungslinie zweier auf einander wirksamen Punkte anziehend oder abstossend wirken, und welche allein von der Entfernung dieser Punkte abhängig sind. — Hierauf werden wir später noch näher eingehen, als Beispiel diene hier die Gravitation. —

Es seien $x\ y\ z$ die Coordinaten eines Massenpunktes m, welcher von einem anderen Massenpunkte dessen Masse m' und Coordinaten $\xi\ \eta\ \zeta$ angezogen sei. — Ist die Entfernung beider Punkte r, also:

$$r = \sqrt{(x-\xi)^2+(y-\eta)^2+(z-\zeta)^2}$$

so ist die ~~E~~ Kraft in der Richtung der Verbindungslinie $= -\frac{mm'}{r^2}$ (wir wählen für Anziehungskräfte das −, für abstossende das + Zeichen); es ist dann:

$$X = -\frac{mm'}{r^2}\cos a\ ,\quad Y = -\frac{mm'}{r^2}\cos b\ ,\quad Z = -\frac{mm'}{r^2}\cos c$$

16

Da $\cos a = \frac{(x-\xi)}{r}$ etc. ist

$$X = -\frac{mm'}{r^2} \cdot \frac{(x-\xi)}{r} \quad \text{etc.}$$

In diesem Falle ist dann:

$$\varphi = \frac{mm'}{r}$$

worüber man sich durch Ausführung der Differentiationen leicht überzeugen kann. —